

文章编号 : 1007-3124(2002)03-0091-05

# 基于符号计算的风洞试验 测量不确定度评估

黄 勇, 钱丰学, 董立新

(中国空气动力研究与发展中心, 四川 绵阳 621000)

**摘要 :** 基于符号计算进行风洞试验测量不确定度分析可以实现实验数据处理公式及误差灵敏度系数的自动推导, 采用该方法对 ZSDD-1 导弹标模风洞试验结果进行了定量的试验不确定度评估, 计算得到的气动力系数精度极限与重复性试验得出的试验精度吻合良好, 气动力系数偏离极限计算值通常是其精度极限的 3~4 倍, 其不确定度大约是其精度极限的 4 倍。笔者所述分析方法和分析程序为定量评估风洞试验数据的可靠性提供了一种有效手段。

**关键词 :** 风洞试验 ; 测力试验 ; 不确定度分析 ; 符号计算

中图分类号 : V211.71

文献标识码 : A

## Assessments of measurement uncertainty of wind tunnel test based on symbolic math

HUANG Yong, QIAN Feng-xue, DONG Li-xin

(China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

**Abstract :** In this paper, uncertainty assessments for wind tunnel test data are conducted based on a symbol math algorithm, by means of which the derivation of data reduction equations and error sensitive coefficients are computerized and wind tunnel test measurement uncertainty of the ZSDD-1 calibration model is quantitatively analyzed. The prediction results indicate that data precision limits agree well with the test precision obtained from repeat test, and the bias limits and uncertainties of aerodynamic coefficients are respectively 3 to 4 and 4 times as large as the precision limits. The prediction method and analysis program presented here provide an effective way to quantitatively assess the reliability of wind tunnel test results.

**Key words :** wind tunnel tests ; force test ; uncertainty analysis ; symbolic math

## 0 引 言

实验与测量总是密不可分的, 而测量难免会产生误差。所谓误差是指某个被测量的

\* 收稿日期: 2001-10-22

作者简介: 黄 勇(1967-), 男, 四川崇州人, 中国空气动力研究与发展中心副研究员。

实际测定值与其真值之差。在通常情况下 ,我们无从知道某一被测量的真值究竟是多少 ,所以只能对测量误差的大小进行估计 ,将误差的估计值称为测量的不确定度<sup>[ 1 2]</sup>。风洞试验作为航空航天飞行器研制和发展的主要气动力数据来源 ,其数据质量的好坏是构成飞行器设计风险的重要因素之一 ,对风洞试验数据的质量进行定量评估 ,估算出试验结果的不确定度 ,对于正确把握试验结果的可靠性、合理地使用试验数据具有现实意义。风洞试验是一项复杂的间接测量过程 ,测试环节繁多 ,使用的测试仪器种类较多 ,除试验现场实时发生的误差源外 ,试验所使用的各类仪器、系统的前期地面校准误差源都会影响试验结果。因此 ,要对试验结果做出合理的不确定度评估 ,必须以试验数据处理方程为主线从若干基本测量参数着手进行分析 ,其中灵敏度系数的确定既关键又繁琐 ,采用符号计算不仅大大简化了这一过程而且提高了不确定度分析的灵活性和对不同类型试验任务的适应性。

1 符号计算基本原理及算法

符号计算的实现必须结合数据结构分析和程序设计来进行 ,在符号计算设计中 ,采用函数方式对表达式进行描述 ,函数可以作向前引用 ,同时通过定义操作符序列和参数符序列就可以对任何复杂的表达式组加以描述。在此基础上从表达式的递归定义分析着手 ,分析其结构形式 ,采用中缀描述方式按操作符的优先级建立函数表达式的树结构。通过对树的操作和树节点的变换实现符号计算 ,在树的操作和变换过程中将产生大量的树节点 ,容易出现存储溢出而导致计算失败 ,因此在分析中间结果的基础上对函数的树结构进行了动态优化 ,以提高存储效率和计算速度。

数据处理方程的表达式用函数形式描述 ,函数则采用操作符序列和参数符序列的方式来定义 ,可以简要表示为 :

函数名( 变量 1 , 变量 2 ... ) ::= 表达式  
表达式 ::= [ 参数符 I 操作符 ... I 参数符 ]  
参数符 ::= [ 变量 1 ... I 函数名( 变量 1 ... ) I ( I ) I [ ]  
          [ ] I { I } I 表达式 I ; ]  
操作符 ::= [ + I - I \* I / I ^ I sqrt I sin I cos I tg I ctg ]  
          [ asin I acos I atg I actg I ln I log I exp I diff ]

在以上描述的基础上可以建立函数的树结构 ,符号计算过程就转化为根据数学运算法则对单个树或若干组树进行各种操作和变换并作结构动态优化。在 Turbo PASCAL V7.0 集成环境下完成了符号计算程序 SMR( Symbolic Math Program )的开发 ,并进行了大量的计算验证 ,结果表明该程序快速可靠 ,凡可采用上述操作符序列和参数符序列描述的任何复杂表达式均可对其进行快速准确的符号计算 ,在 P II 350 CPU、内存 128MB 微机对上对风洞常规测力数据处理方程组进行符号计算的运行时间 10s 左右 ,并不存在文献 [ 3 ]所说的符号计算运行速度慢、不宜用于风洞数据处理的问题。以超声速时阻力系数  $C_D$  为例 ,其部分灵敏度系数 $\partial C_D/\partial P_0$ 和 $\partial C_D/\partial X'$ 的符号计算结果为 :

$$\begin{aligned} \text{DcdDpQ}(P_0, M, G_0, AM, PB1, PB2, SB, X1, Y1, DACP) = & ((-(1 + 0.2 * M^{**2})^{**}((- \\ & \& 3.5)))^{**} SB)^{**} (\cos((AM + DACP)/(D2R)))^{**} 0.7 * P_0^{**} (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((-3.5) \\ & \& * M^{**2} * \text{sref}((X1(P_0^{**} (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((-3.5)) - 0.5 * (PB1 + PB2))^{**} (SB \\ & \& ) + (gb + G_0)^{**} (\sin(AM/D2R)))^{**} (\cos((AM + DACP)/(D2R))) + (Y1 + (gb + G_0)^{**} ( \\ & \& 1 - \cos(AM/D2R)))^{**} (\sin((AM + DACP)/(D2R))))^{**} (0.7 * (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((- \\ & \& 3.5)^{**} M^{**2} * \text{sref}))^{**} (0.7 * P_0^{**} (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((-3.5)^{**} M^{**2} * \text{sref} * 0.7 * P_0 \\ & \& * (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((-3.5)^{**} M^{**2} * \text{sref})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{DcdDxI}(P_0, M, G_0, AM, PB1, PB2, SB, X1, Y1, DACP) = & (\cos((AM + DACP)/(D2R)))^{**} \\ & \& 0.7 * P_0^{**} (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((-3.5)^{**} M^{**2} * \text{sref})^{**} (0.7 * P_0^{**} (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((- \\ & \& 3.5)^{**} M^{**2} * \text{sref} * 0.7 * P_0^{**} (1 + 0.2 * M^{**2})^{**} ((-3.5)^{**} M^{**2} * \text{sref})) \end{aligned}$$

符号计算程序 SMP 作为不确定度分析预处理模块,其主要功能有(1)复杂函数表达式的四则运算、复合以及求导运算等(2)函数值的计算(3)具有丰富的公式输出格式控制,可直接输出 FORTRAN 语句函数或外部函数形成 FORTRAN 子程序供调用。

## 2 不确定度分析方法概述

风洞试验作为一种间接测量过程,最终得到的气动力试验结果受诸多基本误差源的影响,各个基本误差源直接影响到若干直接被测变量,然后通过试验结果数据处理方程传播到试验结果中。假设某一试验结果  $r$  由  $n$  个基本被测变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  求得,其函数关系式为:

$$r = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

对方程(1)按 Taylor 级数展开并略去二阶以上小量,可以得出试验结果的不确定度表达式:

$$U_r = \sqrt{B_r^2 + P_r^2} \quad (2)$$

$$B_r^2 = \sum_{i=1}^n \theta_i^2 B_{x_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \theta_i \theta_k \rho_{b_{ik}} B_{x_i} B_{x_k} \quad (3)$$

$$P_r^2 = \sum_{i=1}^n \theta_i^2 P_{x_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \theta_i \theta_k \rho_{s_{ik}} P_{x_i} P_{x_k} \quad (3)$$

其中:  $\theta_i = \partial r / \partial x_i$  为灵敏度系数,  $U_r, B_r, P_r$  分别为试验结果的不确定度、偏离极限和精度极限,  $B_{x_i}, P_{x_i}$  分别为被测变量  $x_i$  的偏离极限和精度极限,  $\rho_{b_{ik}}, \rho_{s_{ik}}$  分别为被测变量  $x_i, x_k$  偏离极限与精度极限的相关系数。在绝大多数的风洞试验中可以认为各独立被测变量的精度极限彼此独立、互不相关,即  $\rho_{s_{ik}} = 0$ 。对于大部分的独立被测变量,其偏离误差(系统误差)也可以近似认为是互不相关的,即  $\rho_{b_{ik}} = 0$ 。而对于以下两类被测变量,即:使用同一个仪器测量的变量和使用不同仪器测量的变量、但这些仪器所用的校准装置相同,其部分偏离误差是相关的,即  $\rho_{b_{ik}} \neq 0$ 。

对试验中基本测量参数偏离极限和精度极限的估算采用 AGARD AR-304 所述的方法<sup>[1,2]</sup>取 95% 的置信度并结合有关测试仪器试验前校准的具体情况进行。

3 典型结果与讨论

应用上述方法对 ZSDD-1 导弹标模 FL-23 风洞纵向测力试验进行了不确定度分析,其

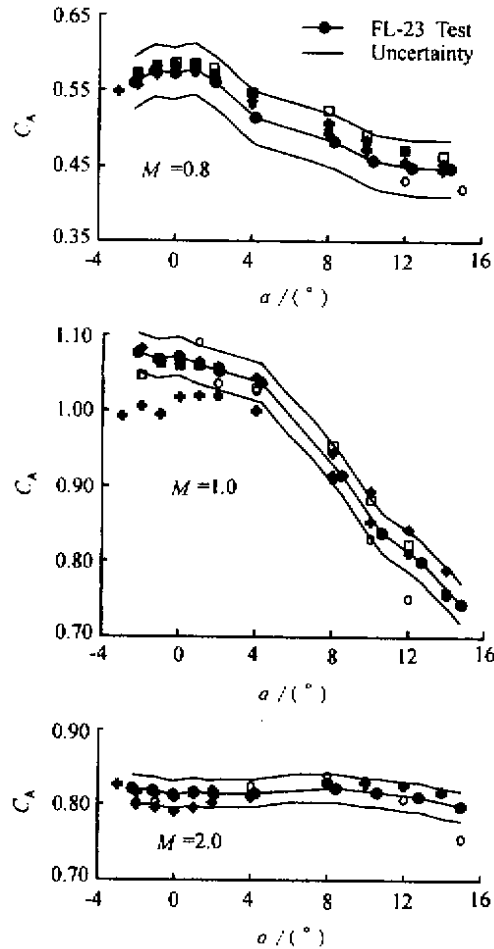


图1 轴向力系数及其不确定度分布

Fig.1 Axial force coefficients and their measurement uncertainties

中天平及压力传感器测值的偏离极限和精度极限按试验前静态校准结果进行估算,其余基本测量参数的偏离极限和精度极限是通过现场重复测量或参照有关技术性能指标来确定的,对偏离误差的协方差未予考虑。图1给出了  $M$  数为 0.8、1.0、2.0 时 ZSDD-1 轴向力系数及其不确定度分布带,图中还同时给出了同一模型采用同一天平在国内其它几座高速风洞的试验结果。可见,不同风洞之间轴向力系数的差异与同一座风洞(FL-23)试验结果的不确定度大致相当。表1列出了试验结果的不确定度分析得到的典型结果,通过计算得到的  $M=0.8$  试验结果精度极限 ( $P_{C_N}=0.03\sim0.05$ ,  $P_{C_A}=0.009\sim0.01$ ,  $P_{C_m}=0.003\sim0.005$ )与重复性试验得出的精度 ( $\sigma_{C_N}=0.02\sim0.04$ ,  $\sigma_{C_A}=0.005\sim0.01$ ,  $\sigma_{C_m}=0.001\sim0.005$ )量级十分一致,计算结果与试验值的误差上限吻合良好,计算得到的误差下限略高于试验值,这说明基于计算得到精度估计略偏保守,在使用中是可靠的,取 95% 的置信度一般不会导致精度估计不足的问题,可以代替传统的重复性试验对风洞试验数据进行定量的质量评估。至于偏离误差,通过试验较难获得,通过计算可作适当估计,以  $M=0.8$  为例,计算得出的试验结果偏离极限为:  $B_{C_N}=0.12\sim0.19$ ,  $B_{C_A}=0.033\sim0.035$ ,

$B_{C_m}=0.011\sim0.019$ , 大约是其精度极限的 3~4 倍,而试验结果的不确定度基本上是其偏离极限的 4 倍左右。

对 ZSDD-1 标模风洞试验的不确定度分析还表明,  $M$  数为 0.8~2.0、 $\alpha_M=14^\circ$  时风洞试验段速压的不确定度约为 0.7%~1.2%,静压的不确定度约为 0.4%~1.6%,升力系数的不确定度约为 0.9%~1.5%,俯仰力矩系数的不确定度约为 1.3%~1.7%,阻力系数的不确定度约为 1.1%~1.7%。

表 1 不确定度分析得到的典型结果

Table 1 Typical results of uncertainty analysis

$\alpha(^{\circ})$	Model ZSDD-1 $M = 0.80$ $\phi = 0^{\circ}$ FL-23 Wind Tunnel								
	$B_{C_A}$	$P_{C_A}$	$U_{C_A}$	$B_{C_N}$	$P_{C_N}$	$U_{C_N}$	$B_{C_m}$	$P_{C_m}$	$U_{C_m}$
14.39	0.0352	0.0103	0.0367	0.1861	0.0494	0.1926	0.0189	0.0046	0.0195
10.36	0.0341	0.0098	0.0355	0.1588	0.0431	0.1645	0.0144	0.0037	0.0149
4.19	0.0331	0.0094	0.0344	0.1261	0.0357	0.1311	0.0116	0.0033	0.0120
- 0.04	0.0329	0.0094	0.0342	0.1188	0.0341	0.1236	0.0114	0.0033	0.0118
- 2.16	0.0329	0.0094	0.0342	0.1202	0.0344	0.1251	0.0114	0.0033	0.0119

4 结 论

基于符号计算进行风洞试验测量不确定度分析可以实现实验数据处理公式及误差灵敏度系数的自动推导,不仅大大简化了这一过程而且提高了不确定度分析的灵活性和对不同类型试验任务的适应性。对 ZSDD-1 导弹标模风洞试验结果进行的不确定度分析表明,计算得到的气动力系数精度极限与重复性试验得出的试验精度吻合良好,可以代替传统的重复性试验对风洞试验数据进行定量的质量评估,为定量评估风洞试验数据的可靠性提供一种快捷高效的手段。

参考文献：

[ 1 ] Anon. Quality assessment for wind tunnel testing. AGARD AR-304 ,1994.

[ 2 ] 陈作斌. 风洞试验质量评估(译自 AGARD AR-304 ). CARDG ,1995.10.

[ 3 ] MEYN J A. Software tools for measurement uncertainty analysis. AIAA 98-2713 ,1998.